MODULO DI MATEMATICA

di accesso al triennio

Abilità interessate	Conoscenze
Utilizzare terminologia specifica. Essere consapevoli della necessità di un linguaggio condiviso. Utilizzare il disegno geometrico, per assimilare concetti astratti. Distinguere Vero e Falso in matematica. Distinguere un'equazione da un'espressione. Comprendere ed usare applicazioni diverse del calcolo letterale. Costruire una catena deduttiva. Comprendere la modalità di dimostrazione per assurdo. Saper applicare elementari regole logiche. Tradurre una situazione concreta in linguaggio formale.	Insiemi numerici. Potenze. M.C.D. e m.c.m. Calcolo di espressioni aritmetiche ed uso delle parentesi. Proporzioni. Calcolo letterale con monomi e polinomi. Prodotti notevoli e scomposizione in fattori. Frazioni algebriche. Risoluzione di equazioni in una incognita (1° e 2° grado). Risoluzione di un sistema di due equazioni in due incognite (1° grado). Figure piane Calcolo di aree Teorema di Pitagora Elementi del piano cartesiano.

Insiemi numerici

N numeri naturali {0; 1; 2; 3; …..}

Z numeri interi relativi {… -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; …..}

Q numeri razionali relativi ossia esprimibili sotto forma di quoziente fra due interi $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$.

Sono i rappresentanti degli insiemi di frazioni equivalenti. Es. $\frac{2}{3}$ rappresenta l'insieme

$$\left\{\frac{2}{3}, \frac{8}{12}, \frac{6}{9} \ldots\right\}$$

Le frazioni possono essere trasformate in numeri interi, in numeri decimali finiti o illimitati periodici. Es. $-\frac{43}{1} = -43$; $-\frac{1}{20} = -0{,}05$; $\frac{1}{45} = 0{,}0\overline{2}$

Numeri irrazionali ossia decimali illimitati non periodici es. $+\sqrt{5}, \pi$ …

R numeri reali che comprendono sia i razionali, sia gli irrazionali.

In N, dato un numero *a* non esiste alcun numero che addizionato con *a* dia l'elemento neutro dell'addizione, ossia zero.
In Z, dato un numero *a*, esiste sempre un numero che addizionato con *a* dia l'elemento neutro dell'addizione, ossia zero. Tale numero si dice opposto ed è indicato con *–a*
In Z, dato un numero *a* non esiste alcun numero che moltiplicato con *a* dia l'elemento neutro della moltiplicazione, ossia 1.
In Q, dato un numero $a \neq 0$, esiste sempre un numero che moltiplicato con *a* dia l'elemento neutro della moltiplicazione, ossia 1. Tale numero si dice reciproco ed è indicato con *1/a*
Lo 0 non ha reciproco, infatti non esiste il risultato di alcuna divisione del tipo *n/0*. Se per assurdo esistesse *n/0=k*, potremmo dire che *k.0=n*, ma *k.0=0*

Valore assoluto

Dato un numero $a \in R$, si dice valore assoluto di *a* il numero stesso *a* se $a \geq 0$ oppure $-a$ se $a<0$. Il valore assoluto è indicato con $|a|$

Es. $\left|-\frac{13}{2}\right| = \frac{13}{2}$ $\quad |\sqrt{5}| = \sqrt{5}$

Numeri relativi

Due numeri relativi di ugual segno sono concordi; di segno diverso sono discordi.
Due numeri relativi opposti hanno lo stesso valore assoluto.
Ad ogni coppia di numeri relativi corrisponde uno ed un sol punto del piano cartesiano.

Proprietà delle quattro operazioni in R

	ADDIZIONE	MOLTIPLICAZIONE	SOTTRAZIONE	DIVISIONE
CHIUSURA (il risultato dell'operazione appartiene allo stesso insieme)	Sì	Sì	Sì	Sì
ASSOCIATIVITA'	Sì (a+b)+c=a+(b+c)	Sì (a*b)*c=a*(b*c)	No Controesempio: {(+2)-(+3)}-(-5)≠ (+2)- {(+3)-(-5)} $4 \neq -6$	No Controesempio: {(+2):(+3)}:(-5)≠ (+2): {(+3):(-5)} Infatti $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{2}{15}$ $2 \div \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{10}{3}$
COMMUTATIVITA'	Sì a+b=b+a	Sì a*b=b*a	No Controesempio: $2-3 \neq 3-2$	No Controesempio: $2:3 \neq 3:2$
ELEMENTO NEUTRO	Sì a+0=0+a=a	Sì a*1=1*a=a	No	No

Esercizi

Compila una tabella analoga alla precedente per le operazioni in N, in Z, in Q.
Calcola il valore dell'espressione:

$$\left(\frac{6}{5} - 0{,}01\right) : 0{,}01 + \left(0{,}5 + \frac{1}{2}\right)^2 - (0{,}5 + 1{,}9)^2$$

PRINCIPI DI EQUIVALENZA PER UGUAGLIANZE:
se a=b allora a+k = b+k $\forall k \in R$
se a=b allora ak = bk $\forall k \in R$
se a=b allora a/k=b/k $\forall k \in R$ diverso da 0
PROPRIETA' DISTRIBUTIVA della moltiplicazione rispetto all'addizione:
$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad \forall a,b,c \in R$

Potenze
Proprietà:
Il prodotto di due o più potenze aventi la stessa base è una potenza con la stessa base ed esponente uguale alla somma degli esponenti. Es. $5^3 * 5^6 = 5^9$
Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è una potenza con la stessa base ed esponente uguale alla differenza degli esponenti. Es. $5^3 : 5^6 = 5^{-3} = (1/5)^3$
Per elevare a potenza un prodotto, basta elevare a quella potenza ciascun fattore. Es. $(5*2)^3 = 5^3 * 2^3$
Per elevare a potenza un quoziente, basta elevare a quella potenza dividendo e divisore. Es. $(16 : 2)^3 = 16^3 : 2^3$
La potenza di una potenza è una potenza avente per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti. Es. $((2/7)^4)^5 = (2/7)^{20}$
Per ogni numero $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Numeri primi
Un numero naturale n si dice primo se n>1 ed è divisibile solo per 1 e per se stesso. Ogni n $\in N$, n>1 può essere scritto in un unico modo come prodotto di fattori primi. Es. $12 = 2^2 * 3$
Esercizi
Vero o Falso?
Un numero positivo qualsiasi è maggiore di un qualsiasi numero negativo
Tra due numeri positivi è maggiore quello che ha valore assoluto maggiore
Tra due numeri negativi è minore quello che ha valore assoluto maggiore
Tra due numeri positivi è minore quello che ha valore assoluto minore
Tra due numeri discordi è maggiore quello che ha valore assoluto maggiore
$+\sqrt{5}$ è un numero relativo positivo
$+\sqrt{5}$ è un numero intero relativo
$-\frac{1}{4}$ è un numero relativo negativo
Calcola: $(-\frac{1}{4})^2 + (-\frac{1}{4})^3 - (+\frac{1}{4})^2 - (-\frac{1}{4})^4$
Calcola: $(-\frac{1}{4})^2 \,.\, (-\frac{1}{4})^3 - (+\frac{1}{4})^2 : (-\frac{1}{4})^4$
Completa: $\ldots^3 = 1000$ $\quad 2^{\cdots} = 64$ $\quad \ldots^2 = 0{,}01$ $\quad \ldots^1 = 5$ $\quad 6^{\cdots} = 1$
Scomponi in fattori primi : 360; 3957; 121; 225; 1728
Scrivi in ordine crescente i numeri: 6/5, 1, 4/25, 8/10, -1/5

M.C.D. e m.c.m.
Il massimo comun divisore fra due numeri interi è il prodotto dei fattori primi comuni, presi una sola volta con il minimo esponente. Es. M.C.D.(12, 14, 48) = 2 perché $12=2^2 * 3$ $\quad 14=2*7$ $\quad 48= 2^4*3$
Il minimo comune multiplo fra due numeri interi è il prodotto dei fattori primi comuni e non comuni, presi una sola volta con il massimo esponente. Es. m.c.m.(12, 14, 48) = $2^4*7*3=336$ perché $12=2^2 * 3$ $\quad 14=2*7$ $\quad 48= 2^4*3$

Esercizi

Determina M.C.D e m.c.m delle terne: 20,30,50;   33,66,99; 528,396,352
Scrivi il più piccolo numero divisibile per 6, avente tutte le cifre uguali a 2
Verifica con qualche esempio se il quadrato di un numero è somma di due numeri primi
Il m.c.m fra due numeri può essere 1? E il M.C.D.?
Un numero divisibile per 3 e per 5 è sempre divisibile per 15?

Proporzioni

Proporzione è l'uguaglianza di due rapporti . Es. 3:5 = 6:10 ; $\frac{3}{5}:2=3:10$

Proprietà fondamentale delle proporzioni: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

Es nella proporzione $\frac{3}{5}:2=3:10$, si ha $\frac{3}{5}\cdot 10=2\cdot 3$.

Mediante questa proprietà è possibile individuare un termine incognito in una proporzione.
Es. 4:x=5:8 $\rightarrow$ 5x=32 $\rightarrow$ x=32/5
Altre proprietà delle proporzioni:
permutare: scambiando tra loro i medi o gli estremi di una proporzione, si ottiene ancora una proporzione. Es. data 4:8=17:34 si ha 4:17=8:34 (permutando i medi) e 34:8=17:4 (permutando gli estremi)
invertire: scambiando ogni antecedente con il suo conseguente, si ottiene ancora una proporzione
Es. data 4:8=17:34 si ha 8:4=34:17

Calcolo letterale

Monomi

Monomio è un'espressione letterale in cui compaiono solo prodotti fra numeri e lettere. Il prodotto di tutti i fattori numerici si dice parte numerica o coefficiente del monomio.
Un monomio è ridotto a forma normale se la parte letterale contiene fattori con basi diverse tra loro. Es. la forma normale di $5ab^3b$ è $5ab^4$
Grado di un monomio è la somma degli esponenti della parte letterale. Es. ab^5 è di grado 6; 2^3ab^5 è di grado 6.

Monomi che hanno la stessa parte letterale si dicono simili. Es. 2^3ab^5 $\frac{1}{2}ab^5$ sono simili

La somma algebrica tra monomi è definita solo per monomi simili ed è un monomio simile a quelli dati, con coefficiente la somma algebrica dei coefficienti .Es. $2^3ab^5 + 6a$ è un polinomio, non un monomio; $2^3ab^5 + 6ab^5 = 14ab^5$
Prodotto fra monomi è un monomio che ha come coefficiente il prodotto dei coefficienti e come parte letterale il prodotto delle potenze contenute nelle parti letterali. Es. $2^3ab^5 * ab^3c^2 = 8a^2b^8c^2$

Polinomi

Un polinomio è un'espressione riconducibile a somma algebrica di monomi.

Es. $\frac{4ab^5}{2b^3} + 7\,bcd = 2ab^4 + 7\,bcd$

Un polinomio è ridotto a forma normale se vi compaiono solo monomi in forma normale e non simili. Es. $4ab^5$ **+ 54**ab^5 **– 7**ab è riducibile in forma normale, ossia $58ab^5 - 7ab$
Grado complessivo di un polinomio è il massimo grado dei monomi che lo compongono.
Es. $58ab^5 - 7ab$ è di grado 6
Nel calcolo di somme e di prodotti fra polinomi si applicano le proprietà già enunciate per le quattro operazioni elementari.
Es. $(58ab^5 - 7ab) - (2ab + 7cm) = 58ab^5 - 9ab - 7cm$

$(58ab^5 – 7ab) * (2ab+7cm) = 116a^2b^6 + 406ab^5cm – 14a^2b^2 - 49abcm$

Esercizi

Sviluppa e determina il grado del polinomio risultato:

$(a-b)+(b-c)-a$

$(a+b)(a-b)+(a-b)^2$

$(2a-3b+c)(3a-b+c)$

$(6a^2+3b)-(6a+b)(a-5)+4$

Prodotti notevoli

Dette A e B due espressioni algebriche, si ha:

$(A+B)^2 =A^2+2AB+B^2$

$(A+B)^3 =A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$

$(A+B)(A-B)= A^2-B^2$

$(A+B)(A^2-AB+B^2) = A^3+B^3$

Es. $(ab^5 – 7ab)^2 = a^2b^{10}-14a^2b^6+49a^2b^2$ in questo caso $A = ab^5$ e $B = – 7ab$

$(ab^5 – 7ab)^3 = a^3b^{15}-21a^3b^{11}+147a^3b^7- 343a^3b^3$ in questo caso $A = ab^5$ e $B = – 7ab$

$(ab^5 – 7ab)(ab^5 +7ab) = a^2b^{10}- 49a^2b^2$ in questo caso $A = ab^5$ e $B = – 7ab$

$(ab^5 – 7ab)(a^2b^{10}+7a^2b^6+49a^2b^2) = a^3b^{15}-343 a^3b^3$ in questo caso $A = ab^5$ e $B = – 7ab$

Esercizi

Calcola:

$(5·x - 7)^2$

$(x + 6)^2·(3·x + 4)$

$(2·x - 3)^3$

$(2·x - 1 + x^2)^2$

$(x + 3)^2·(7·x + 10)$

$(x + \frac{1}{3})^3$

$(x + \frac{1}{3})^2$

Divisione fra polinomi

$P(x) = D(x)Q(x)+R(x)$ se il grado di $P(x) \geq$ grado di $D(x)$. $Q(x)$ è il quoziente e $R(x)$ è il resto della divisione.

Es. $5x^2y-3xy^4 = xy(5x-3y^3)$ con $R(x) = 0$

Scomposizione di un polinomio in fattori

Significa scriverlo sotto forma di prodotto di due o più polinomi irriducibili, ossia non più scomponibili.

Procedura consigliata:

- se possibile raccogliere a fattor comune Es. $4x^2 – 16 = 4(x^2 – 4)$
- controllare se è un prodotto notevole (o se è somma algebrica di prodotti notevoli) in particolare:

- un binomio può essere differenza di quadrati o somma di cubi o differenza di cubi

Es. $x^2 – 4 = (x + 2)·(x - 2)$; $125·x^3 + 64 = (5·x + 4)·(25·x^2 - 20·x + 16)$;

$125·x^3 - 64 = (5·x - 4)·(25·x^2 + 20·x + 16)$

- un trinomio può essere un quadrato di binomio o trinomio particolare

Es. $25·x^2 - 40·x + 16 = (5x-4)^2$

$x^2 -5x +6 =(x-2)(x-3)$

- un quadrinomio può essere cubo di un binomio

Es. $27·x^6 - 27·x^4 + 9·x^2 – 1 = (3x^2-1)^3$

- un polinomio di cinque o sei termini può essere il quadrato di un trinomio
  Es. $9\cdot x^4 - 6\cdot x^3 - 5\cdot x^2 + 2\cdot x + 1 = (3\cdot x^2 - x - 1)^2$
- controllare se è possibile fare raccoglimenti parziali
  Es. $2\cdot x^3 - x^2 \cdot y + 2\cdot x - y = x^2(2x-y)+(2x-y) = (2x-y)(x^2+1)$
- controllare se si può scomporre con la regola di Ruffini
  Es. $x^3 - 8\cdot x^2 + 16\cdot x - 5 = (x-5)(x^2-3x+1)$

Esercizi

Scomponi in fattori:

- $4x^6-25$
- $4\cdot x^2 - 12\cdot x + 9$
- $2\cdot x^2 + 5\cdot x - 12$
- $2\cdot x^3 + 8\cdot x^2 + 4\cdot x + 16$
- $27\cdot x^3 - 54\cdot x^2 + 36\cdot x - 8$
- $x^4 + 6\cdot x^3 + 5\cdot x^2 - 12\cdot x + 4$
- $7\cdot x^3 + 5\cdot x^2 + 21\cdot x + 15$
- $16-x^2$
- x^2-5x+4
- $x^2 + 6\cdot x + 9$
- $x^3 + 9\cdot x^2 + 27\cdot x + 27$

Frazioni algebriche

Per frazione algebrica si intende il rapporto fra due polinomi $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con $Q(x) \neq 0$

Per semplificare una frazione algebrica, occorre scomporre in fattori sia il numeratore sia il denominatore.

Es. $\frac{x^3 - 6\cdot x^2 + 11\cdot x - 6}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)}{(x-3)^2} = \frac{(x-1)\cdot(x-2)}{(x-3)}$

Esercizi

Semplifica le seguenti frazioni :

$$\frac{x^2 - 4\cdot x + 3}{x^2 - 6\cdot x + 9} \quad ; \quad \frac{x^3 - 9\cdot x^2 + 27\cdot x - 27}{x^2 - 2x - 3} \quad ; \quad \frac{2\cdot x^2 + 7\cdot x - 4}{x^2 - 16}$$

Equazioni di 1° grado in una incognita reale

Si dice equazione di 1° grado in una incognita un'uguaglianza riconducibile alla forma ax+b=0, che può essere verificata o meno, secondo i valori attribuiti alla x. Intendiamo, salvo diverso avviso, che x vari nell'ambito dei numeri reali.

Es. $5x+1=0$ è verificata da $x=-1/5$ e da nessun altro numero reale

Per risolvere un'equazione di primo grado, si applicano due principi di equivalenza, ossia si somma ad entrambi i membri –b e si dividono entrambi i membri per a se $a\neq 0$.

Es. $5x+1-1=-1 \rightarrow 5x=-1 \rightarrow 5x/5=-1/5 \rightarrow x=-1/5$

Un'equazione si dice indeterminata se è un'identità ossia se è vera per qualsiasi valore attribuito all'incognita; si dice impossibile se non ha soluzioni.

Esercizi

Risolvi in N : $10+x=12$; $10-x=12$; $2x=3$

Risolvi in Z le precedenti equazioni

Se ho speso $\frac{3}{4}$ di quanto avevo nel portafoglio e mi è rimasta una banconota da 5 euro, quanto avevo inizialmente nel portafogli? Formalizza con un'equazione e risolvila.

Risolvi in R: 10x-5x+6=3x+1 ; $\frac{1}{3}x+2(\frac{2}{5}x+\frac{1}{4})=\frac{3}{5}$

Sistemi di equazioni ad incognite reali

E' l'insieme di due o più equazioni che siano verificate dagli stessi valori delle incognite.

Il grado di un sistema è il prodotto dei gradi delle singole equazioni.

Un sistema di primo grado è del tipo $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'=c' \end{cases}$

Come un'equazione può essere determinato, indeterminato o impossibile

Risolvere un sistema di primo grado in due incognite significa determinare una coppia ordinata (x_1,y_1) che sostituita alla coppia (x,y) risolva entrambe le equazioni. Un metodo di risoluzione è quello per sostituzione:

Es. $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y=4 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}+3y=4 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2} \\ x=\frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{2} \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$

Esercizi

Risolvi i sistemi seguenti

$\begin{cases} 2\cdot x+3\cdot y-5=0 \\ x+1/3\cdot x-7\cdot x=5 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x+y-7=0 \\ 4x+2y=0 \end{cases}$; $\begin{cases} x+4y=\frac{3}{5}x+2 \\ \frac{1}{5}x+y-1=0 \end{cases}$

Equazioni di 2° grado in una incognita reale

Si dice equazione di 2° grado in una incognita un'uguaglianza riconducibile alla forma $ax^2+bx+c=0$, che può essere verificata o meno, secondo i valori attribuiti alla x. La formula risolutiva è

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ossia $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ dove Δ è detto discriminante

Es. $x^2-5x+6=0 \rightarrow x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}$ →x=3 o x= 2 caso Δ>0

$25\cdot x^2-40\cdot x+16=0 \rightarrow (5x-4)^2=0 \rightarrow$ x= 4/5 caso Δ=0

$2x^2+5x+6=0$ impossibile caso Δ<0

Esercizi

Risolvi in R le seguenti equazioni:

$3x^2+5x=0$; $4x^2+7x+1=0$; $x^2+7x+6=0$; $4x^2+7x+6=0$; $x^2-49=0$; $x^2+49=0$

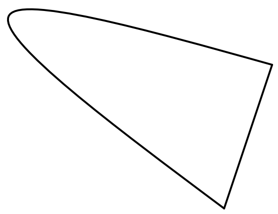
Risolvi in N le precedenti equazioni.

Risolvi in Q le precedenti equazioni.

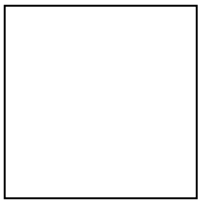
Figure piane
Semiretta: ciascuna delle due parti in cui una retta è divisa da un suo punto
Segmento: parte di retta delimitata da due punti detti estremi del segmento
Segmenti consecutivi hanno in comune un estremo
Segmenti consecutivi appartenenti alla stessa retta si dicono *adiacenti*
Angolo: parte di piano limitata da due semirette aventi l'origine in comune
Due angoli la cui somma sia un angolo retto si dicono *complementari*; due angoli la cui somma sia un angolo piato si dicono *supplementari*;
Poligono: regione piana delimitata da una poligonale chiusa
Diagonale di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi.
Una figura piana si dice *convessa* se un segmento che unisca due suoi punti qualsiasi è contenuto interamente nella figura ; *concava* in caso contrario.
Classificazione dei triangolo rispetto a lati (equilatero, isoscele, scaleno) o agli angoli (acutangolo, rettangolo, ottusangolo)
Parallelogramma: quadrilatero avente i lati due a due paralleli. Proprietà del parallelogramma: lati opposti congruenti, angoli opposti congruenti, angoli consecutivi supplementari, diagonali che si bisecano. Oltre a queste proprietà, il rettangolo ha le diagonali congruenti e i quattro angoli retti, il rombo ha i lati congruenti, le diagonali perpendicolari e bisettrici degli angoli opposti. Il quadrato ha le proprietà del rettangolo e del rombo.
Trapezio: quadrilatero avente solo due lati opposti paralleli; può essere rettangolo, isoscele o scaleno
Circonferenza: luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso detto centro
Una retta si dice esterna ad una circonferenza se la sua distanza dal centro è maggiore del raggio; tangente se la sua distanza dal centro è uguale al raggio; secante se sua distanza dal centro è minore del raggio
Corda: segmento che unisce due punti di una circonferenza
Cerchio: parte di piano interna ad una circonferenza
Distanza tra un punto ed una retta: segmento di perpendicolare che unisce il punto alla retta
Altezza di un triangolo è il segmento di perpendicolare che unisce un vertice al lato opposto
Asse di un segmento: retta perpendicolare al segmento passante per il suo punto medio
L'asse di una corda passa per il centro della circonferenza a cui appartengono gli estremi della corda.
Bisettrice di un angolo: semiretta che divide l'angolo in due parti congruenti
Punti notevoli di un triangolo: baricentro (punto di intersezione delle mediane); ortocentro (punto di intersezione delle altezze); circocentro (punto di intersezione degli assi); incentro (punto di intersezione delle bisettrici)
Poligoni simili
Due poligoni sono simili se hanno angoli corrispondenti congruenti e lati corrispondenti direttamente proporzionali.

Esercizi
1)Vero o falso?
Due punti distinti di una retta la dividono in due parti dette semirette
Una retta divide il piano in due parti dette semipiani
Un angolo ottuso ed uno acuto possono essere supplementari
Un angolo ottuso ed uno acuto sono supplementari
Un angolo retto ed uno acuto possono essere supplementari
Due angoli ottusi possono essere supplementari
Due angoli retti sono supplementari
Due angoli acuti possono essere supplementari

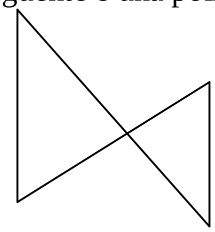
La figura seguente è una poligonale chiusa



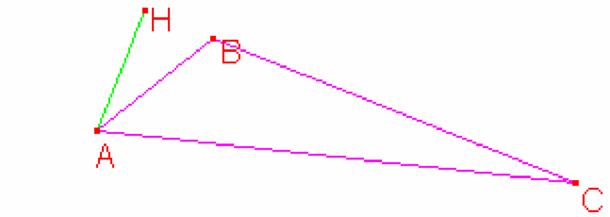
La figura seguente è una poligonale chiusa



La figura seguente è una poligonale chiusa intrecciata

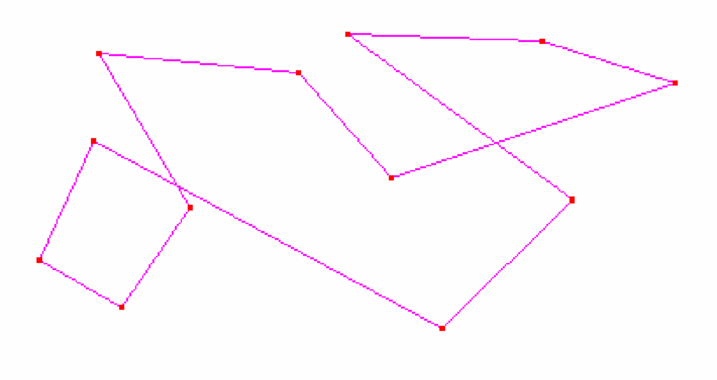


In un rettangolo le diagonali dividono gli angoli interni in otto angoli di ampiezza 45°
In un rombo le diagonali si dividono scambievolmente in parti congruenti
Le diagonali di un quadrato sono semirette bisettrici degli angoli interni
Due segmenti consecutivi individuano due angoli
Un angolo è una parte di piano limitata
Due semirette opposte delimitano un angolo piatto
Due semirette opposte delimitano un solo angolo piatto
Un trapezio è un quadrilatero; un parallelogramma è un quadrilatero, dunque un trapezio è un parallelogramma
Un trapezio è un quadrilatero; un parallelogramma è un quadrilatero, dunque un parallelogramma è un trapezio
Un rettangolo è un parallelogramma; un parallelogramma ha i lati opposti congruenti, dunque un rettangolo ha i lati opposti congruenti
Un diametro di una circonferenza è una corda
Un diametro di una circonferenza unisce due punti opposti
Il segmento AH è un’altezza del triangolo

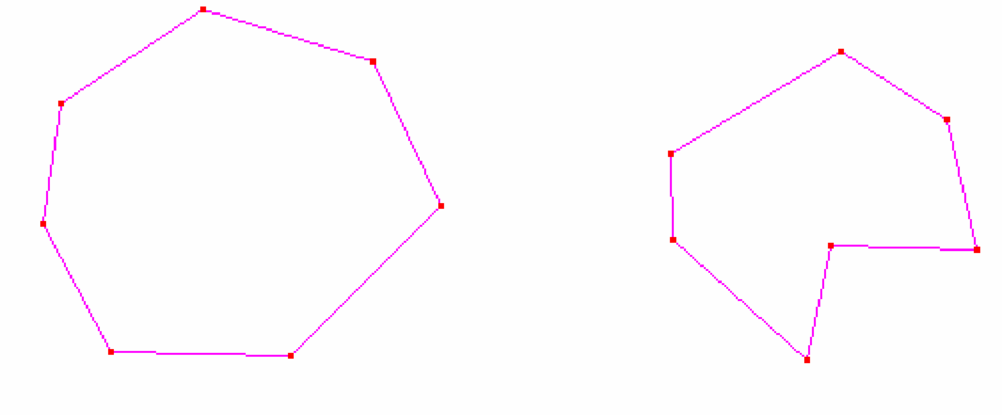


2) Disegna un triangolo scaleno ottusangolo. Disegna poi le altezze di tale triangolo, le sue mediane ed i tre assi dei suoi lati

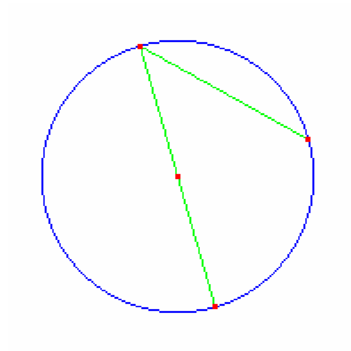
3) Determina il numero di lati del seguente poligono:



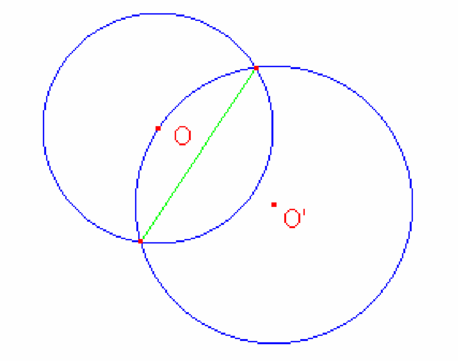
4) Quale differenza osservi tra i poligoni seguenti? Quale dei due è convesso?



5) Disegna l'asse delle corde presenti nella seguente figura. Formula le tue osservazioni.

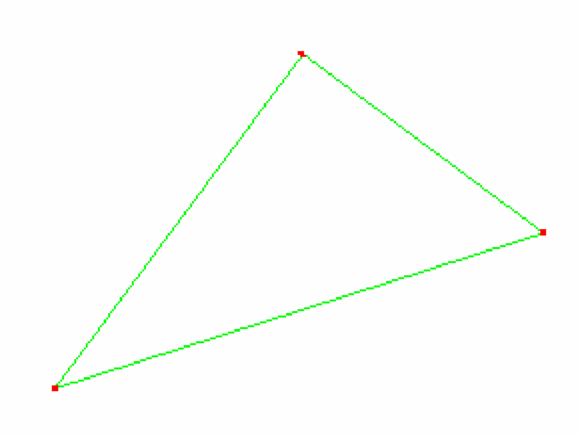


6) Disegna la distanza di O e di O' dalla corda intersezione delle due circonferenze seguenti.

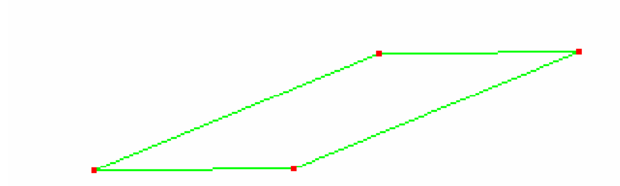


Formula le tue osservazioni.

7) Individua i punti notevoli del seguente triangolo:



8) Sapendo che la somma degli angoli interni di un poligono convesso avente *n* lati è pari a *(n-2)* angoli piatti, determina la somma degli angoli interni di un triangolo, di un trapezio, di un pentagono.
9)Un trapezio rettangolo ha un angolo di 60°. Quanto misurano gli altri angoli del trapezio?
10)Disegna le quattro altezze del seguente parallelogramma :



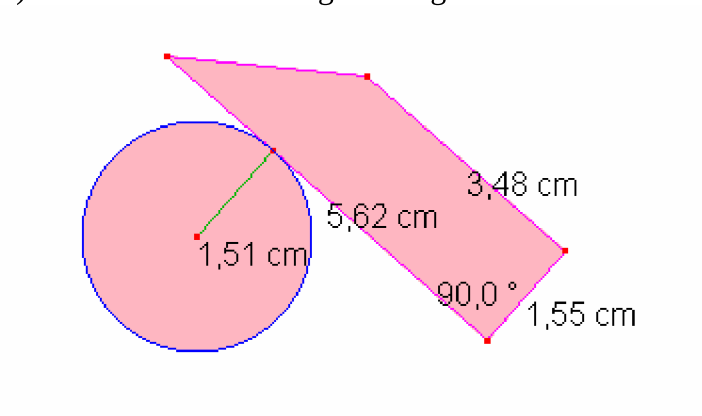
11) Disegna due triangoli simili
12) Disegna due trapezi rettangoli simili in cui il rapporto di similitudine sia 3

Calcolo di aree
La misura di una superficie si dice area.
L'area è un numero accompagnato da unità di misura .Es $4cm^2$
Area del parallelogramma: $base \cdot altezza$
Area del rettangolo: $base \cdot altezza$
Area del quadrato: $lato^2$
Area del rombo: $base \cdot altezza$ oppure *diagonale* diagonale/2*
Area del triangolo: $\frac{base \cdot altezza}{2}$

Area del cerchio: πr^2
Area del del trapezio: $\frac{(base\min ore + basemaggiore) \cdot altezza}{2}$

Esercizi

1) Calcola l'area della seguente figura



2) Un rombo ha le diagonali di misura 8 e 6 cm. Calcolare la distanza di un vertice dal lato ad esso opposto, sapendo che il lato misura 5 cm

Teorema di Pitagora

In un triangolo rettangolo, la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa.

Oppure

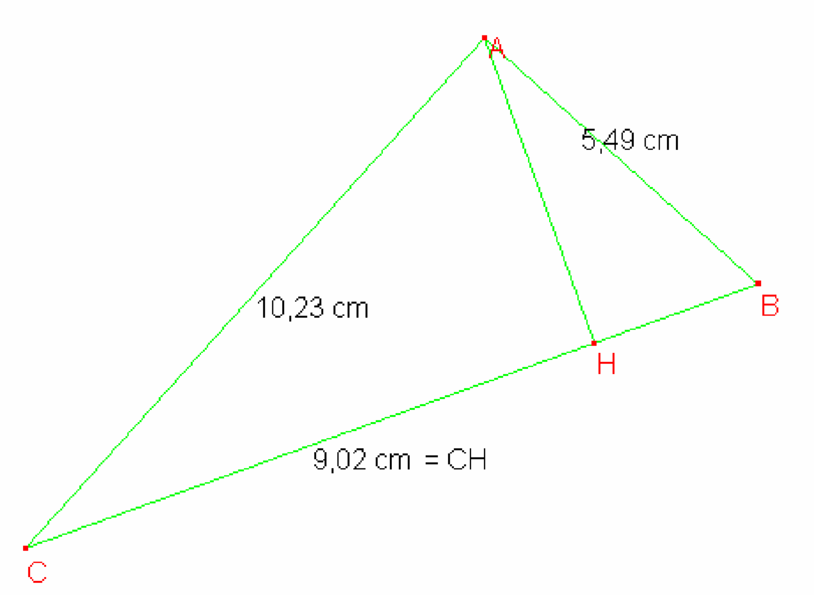
In un triangolo rettangolo, la somma dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente al quadrato costruito sull'ipotenusa.

Osservazione: l'area di un poligono è un numero; la superficie è la parte di piano che esso occupa. Due poligoni sono equivalenti se hanno la stessa area.

Esercizi

1) Calcola la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente i cateti di 4 cm e 3 cm.

2)Data la figura seguente:



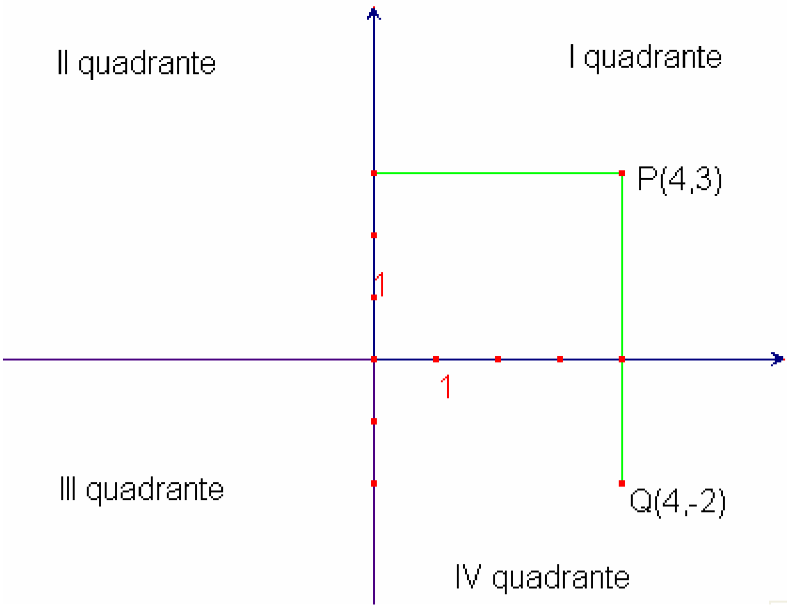
determina la misura di AH, di BC, dell'altezza relativa ad AB

Elementi del piano cartesiano

Fissare un sistema di assi cartesiani nel piano significa fissare due rette perpendicolari, orientate e dotate di unità di misura.

Si stabilisce così una corrispondenza uno a uno fra coppie ordinate di numeri reali e punti del piano.

Il primo elemento della coppia ordinata si dice ascissa del punto e rappresenta la distanza con segno dall'asse delle ordinate; il secondo elemento della coppia ordinata si dice ordinata del punto e rappresenta la distanza con segno dall'asse delle ascisse.
Es.



Equazione dell'asse x (asse delle ascisse): y=0
Equazione dell'asse y (asse delle ordinate): x=0
Equazione di una generica parallela all'asse x : y=k k numero reale
Equazione di una generica parallela all'asse y : x=k k numero reale
Equazione della bisettrice I e III quadrante : y = x
Equazione della bisettrice II e IV quadrante : y = -x

Esercizi

1) Scrivi l'equazione della retta parallela all'asse x, passante per il punto (-5,7)
2) Scrivi l'equazione della retta parallela all'asse y, passante per il punto (7,-5)
3) Individua sul piano cartesiano il simmetrico del punto (-4,1) rispetto all'origine ed indicarne le coordinate
4) Calcola la distanza del punto (-7/3, 2) dall'asse x e dall'asse y.
5) Scrivi l'equazione di una retta passante per l'origine e per il punto (6,6)
6) Calcola l'area del poligono delimitato dalle rette x = -3 x= 3 y =3 y=-3
7) Disegna la retta passante per i punti (-1,6) (5,0)
8) Calcola l'area del triangolo individuato dalla retta precedente, dall'asse x e dalla retta di equazione x = -1
9) Disegna su un piano cartesiano una circonferenza di centro l'origine e diametro 4.
   Traccia poi la retta di equazione y = 7/8 e dire se è tangente, secante o esterna alla circonferenza.
10) Scrivi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza indicata nel precedente esercizio, perpendicolari agli assi.

Esercizi vari

1) Formalizza con una espressione la situazione seguente:
   Un'insegnante legge regolarmente una rivista bimestrale di didattica del costo di € 3,10 al numero ed una rivista quindicinale di informazione scolastica del costo di € 2,50 al numero. Le riviste sono edite dalla stessa casa editrice. Il prezzo dell'abbonamento è di € 12 e € 45

rispettivamente. Quest' anno viene proposto uno sconto di 7€ ogni due abbonamenti. Aderendo all'iniziativa, quale è il risparmio rispetto all'acquisto presso l'edicolante?

2) Abbiamo: 3 banconote da 10 euro, 2 banconote da 50 euro, 3 banconote da 100 euro, 1 banconota da 500 euro. Quanti prezzi possiamo pagare senza aspettarci il resto?

3) Aumentando del 10% la misura del raggio di una circonferenza, quanto varia, in percentuale, la misura della circonferenza? Quanto varia, in percentuale, l'area del cerchio?

4) Aumentando del 10% la misura del lato di un quadrato, quanto varia, in percentuale, il suo perimetro? E la sua area?

5) Stabilisci quale fra i seguenti quesiti è ben formulato e rispondi a tale quesito.
   a) Diminuendo di x unità la base di un rettangolo e di y unità l'altezza dello stesso rettangolo, di quanto diminuisce la sua area?
   b) Diminuendo di 4 cm. la base di un rettangolo e di 3 cm. l'altezza dello stesso rettangolo, di quanto diminuisce la sua area?

   Nella risposta al quesito ben formulato hai dovuto imporre delle condizioni?

6) Un commerciante acquista della merce a 65 €. Se vuole realizzare un guadagno pari al 7% della spesa, a quanto deve rivendere la merce?

7) Di un trapezio abbiamo le seguenti informazioni: è isoscele, il suo perimetro è 30 cm, il lato obliquo è 5 cm, il rapporto tra le basi è 2/3. Quanto misurano le basi?

8) Data la seguente figura, è possibile asserire che l'area del quadrato più grande è il doppio dell'area del quadrato più piccolo? Motiva la risposta.