

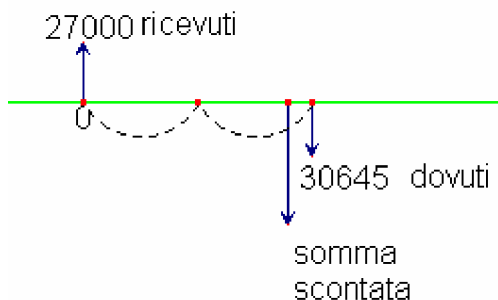
## Sconto razionale

Supponiamo di aver contratto un debito di 27000 € da restituire dopo due anni, al tasso di interesse semplice del 6,75%. Tre mesi prima della scadenza disponiamo dell'importo dovuto e proponiamo al nostro creditore il saldo, purché ci conceda uno sconto al 6% annuo. Quanto pagheremo?

In questo caso, calcoliamo innanzi tutto l'importo da pagare a scadenza, cioè il montante di 27000 € al 6,75% per due anni:

$$27000 \cdot (1 + 0,0675 \cdot 2) = 30645 \text{ €}$$

Rappresentando sull'asse dei tempi la situazione finanziaria, abbiamo:



Ragioniamo così: la somma scontata investita al tasso di sconto del 6% dovrebbe dare un montante, in tre mesi, di €30645, dunque:  $30645 = V(1 + 0,06 \cdot \frac{3}{12})$  dove V indica la somma scontata, detta anche “**Valore attuale**”. Ne ricaviamo  $V = 30192,11823 \sim 30192,12 \text{ €}$

Generalizziamo:

- detta C (valore nominale) la somma a scadenza,
- V (valore attuale) la somma pagata in anticipo,
- t il tempo di sconto
- i il tasso di sconto

il ragionamento di base del regime di sconto razionale è che C rappresenta il montante di V, in capitalizzazione semplice e dunque la formula di base è:  $C = V(1+it)$  da cui

$$V = \frac{C}{(1+it)}$$

Questo significa anche che lo sconto di cui si beneficia è pari all'interesse semplice calcolato su V al tasso i per il tempo t. Infatti, ritornando al caso precedente,  $30192,11823 \cdot 0,06 \cdot \frac{3}{12} =$

$$30645 - 30192,11823 = 452,8817735 \sim 452,88 \text{ €}$$

Generalizzando: lo **sconto S** =  $C - V = Vit$

## Sconto composto

Riprendiamo una situazione analoga a quella dell'esempio precedente:

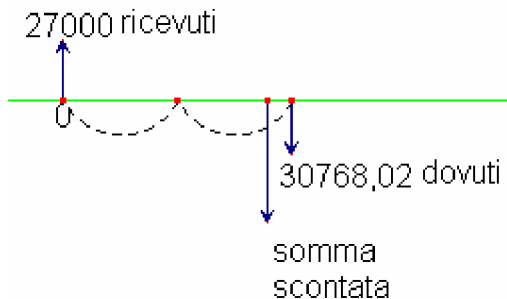
Supponiamo di aver contratto un debito di 27000 € da restituire dopo due anni, al tasso di interesse composto del 6,75%. Tre mesi prima della scadenza disponiamo dell'importo dovuto e

proponiamo al nostro creditore il saldo, purché ci conceda uno sconto al 6% annuo. Quanto pagheremo?

Calcoliamo innanzi tutto l'importo da pagare a scadenza, cioè il montante di 27000 € al 6,75% per due anni:

$$27000 \cdot (1 + 0,0675)^2 = 30768,01875 \sim 30768,02 \text{ €}$$

Rappresentando sull'asse dei tempi la situazione finanziaria, abbiamo:



Ragioniamo così: la somma scontata investita al tasso di sconto del 6% dovrebbe dare un montante, in tre mesi, di €30768,01875, dunque:  $30768,01875 = V(1 + 0,06)^{\frac{3}{12}}$  dove V indica la somma scontata, detta anche “**Valore attuale**”. Ne ricaviamo  $V = 30323,06279 \sim 30323,06 \text{ €}$

Generalizziamo:

- detta C (valore nominale) la somma a scadenza,
- V (valore attuale) la somma pagata in anticipo,
- t il tempo di sconto
- i il tasso di sconto

il ragionamento di base del regime di sconto composto è che C rappresenta il montante di V, in capitalizzazione composta e dunque la formula di base è:  $C = V(1+i)^t$  da cui

$$V = \frac{C}{(1+i)^t} = C \cdot (1+i)^{-t}$$

Questo significa anche che lo sconto di cui si beneficia è pari all'interesse composto calcolato su V al tasso i per il tempo t.

Generalizzando: lo **sconto S** =  $C - V = V(1+i)^t - V$

Nel caso in questione,  $30768,02 - 30323,06 = 444,96 \text{ €}$

**N.B.** Supponiamo che negli esempi precedenti il tasso di capitalizzazione e quello di sconto siano uguali (0,675)

In regime di sconto razionale:  $V = \frac{27000 \cdot (1 + 0,0675 \cdot 2)}{(1 + 0,0675 \cdot \frac{3}{12})} = 30136,44745 \sim 30136,45 \text{ €}$

In regime di sconto composto:  $V = \frac{27000 \cdot (1 + 0,0675)^2}{(1 + 0,0675)^{\frac{3}{12}}} = 27000 \cdot (1 + 0,0675)^{1 + \frac{9}{12}} = 30269,66 \text{ €}$

Nel secondo caso il montante per 1 anno e 9 mesi è uguale alla somma anticipata di 3 mesi. Perché? Ricorda le proprietà delle potenze...

Si dice anche che il regime di capitalizzazione e sconto composto è “**scindibile**”.

Facciamo un esempio che chiarisca questa proprietà:

Una persona ha riscosso 3 anni fa 2500 € da Tizio, li ha depositati in banca al tasso del 2% annuo effettivo composto. Oggi con il montante salda un debito scadente fra 5 anni, scontato al tasso del 3% annuo composto. Quale è l'ammontare del debito?

La situazione, sull'asse dei tempi è:



Risolviamo:

- prendendo oggi come riferimento:  $2500 \cdot (1 + 0,02)^3 = \frac{D}{(1 + 0,03)^5}$  da cui  $D = 3075,577305 \sim 3075,58 \text{ €}$

oppure

- prendendo tre anni fa come riferimento:  $2500 = \frac{D}{(1 + 0,03)^5 (1 + 0,02)^3}$

oppure

- prendendo cinque anni da oggi come riferimento:  $D = 2500(1 + 0,02)^2 (1 + 0,03)^5$

cioè possiamo prendere qualsiasi data come punto di riferimento:

- se le scadenze sono successive, capitalizziamo;
- se le scadenze sono antecedenti, scontiamo.

ATTENZIONE: questo vale solo per la capitalizzazione e lo sconto composti.