

Una equazione del tipo: $\log_a f(x) = c$ è detta **logaritmica**. Dopo averne determinato il dominio, ossia l'insieme dei numeri reali x che rende l'argomento positivo, si risolve ponendo $f(x) = a^c$

Esempi:

1) $\log_2 (x-5) = 32$

condizione: $x-5 > 0 \rightarrow x > 5$

$x-5=5 \rightarrow x=10$

2) $\frac{1}{2} \log_2 (x+4) + \frac{1}{2} \log_2 (x-3) = 1$

condizioni: $\begin{cases} x + 4 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \rightarrow x > 3$

applicando le proprietà dei logaritmi, si ha: $\log_2 \sqrt{(x+4)(x-3)} = 2$

quindi $\sqrt{(x+4)(x-3)} = 2$

$x^2 + x - 16 = 0$ quindi $x_1 = \frac{1 - \sqrt{65}}{2}$ e $x_2 = \frac{1 + \sqrt{65}}{2}$

Per le condizioni imposte, solo x_2 è accettabile

Esercizi

1)

a) $\log_2 (x+1) = 3$ $\log_3 (x^2-36) = 0$ $\log_2 (x^2-16) = 2$ $\log_2 x^2 = -5$ $\log_{10} x^3 = 5$

b) $\log_1 (32-x) = 7$ $\log_{10} x^5 = 5$ $\log_{1/2} (x^2+4x+3) = 5$ $\log_3 (x^2+x-2) = 4$

c) $\log_{10} (x+0,01) = 2$ $\log_{10} (x^2+1) = -3$ $\log_{10} (x+1) = \frac{1}{3}$ $\log_{10} x^5 = \frac{5}{7}$

d) $\log_2 (x^2-x) = 2$

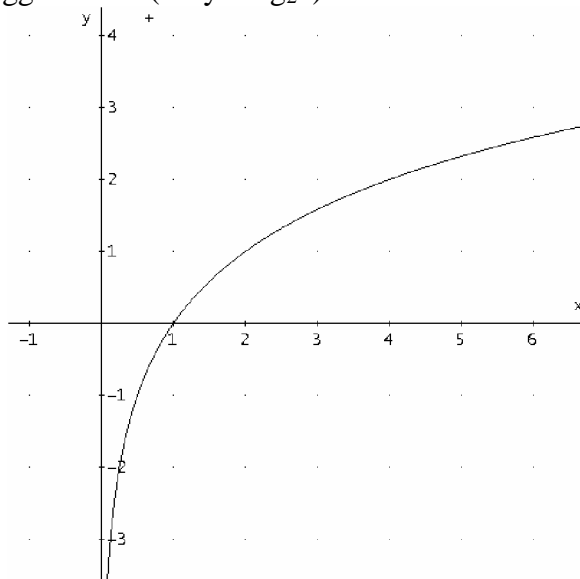
2)

a) $\frac{1}{3} \log_{10} (3x-2) = \log_{10} 6$ $\log_3 (x + \sqrt{3}) = \log_3 (-2x^2)$ $\log_{10} (2x^2-9x) = \log_3 35$

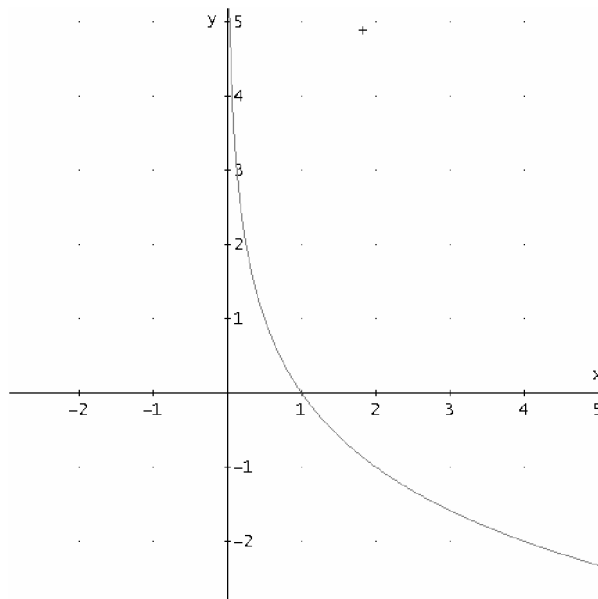
b) $1 + \log_3 (x-7) - \log_3 (2x+5) = 0$ $\log_{10} (5x^2-40) = \log_{10} (35x)$

c) $(3x^2+5x-3) \log_{10} 10 = -3$ $\frac{1}{2} \log_5 (x+3) + \frac{1}{2} \log_5 (x-6) = \frac{1}{2} \log_5 1$

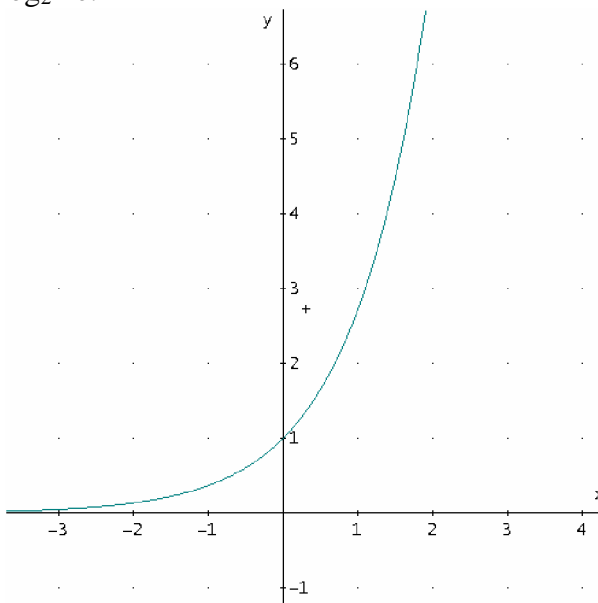
E' possibile riportare in un piano cartesiano la **funzione logaritmica**, ottenendo un grafico di questo tipo, se la base è maggiore di 1 (es: $y = \log_2 x$)



oppure di questo tipo, se la base è minore di 1 (es: $y = \log_{1/2} x$):



La funzione inversa di $y = \log_2 x$ è:



e si dice esponenziale $y = 2^x$

Costruisci per punti il grafico della funzione $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$